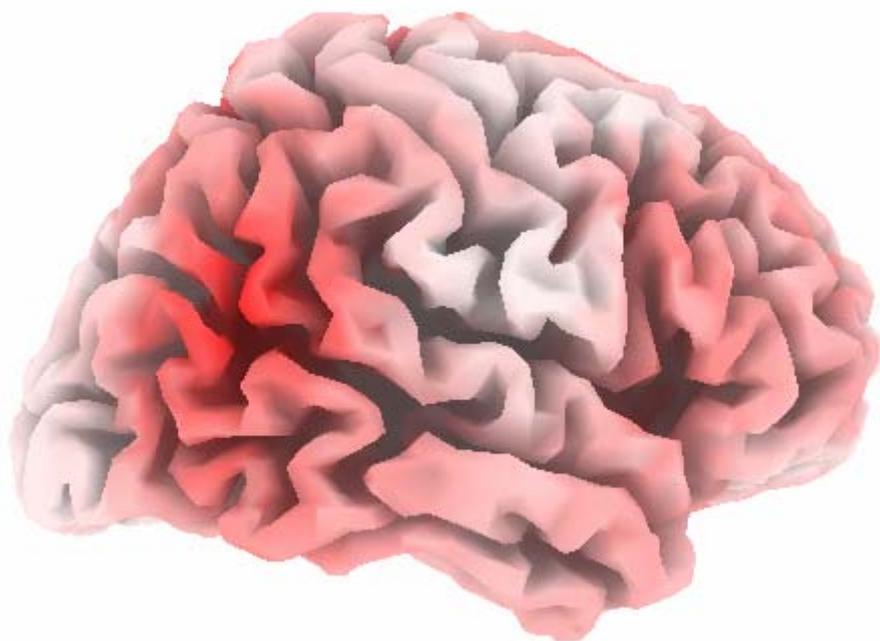


**LOW RESOLUTION BRAIN
ELECTROMAGNETIC TOMOGRAPHY**

LORETA



РУКОВОДСТВО ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

АВТОРСКИЕ ПРАВА.

Программа Loreta разработана швейцарским ученым Роберто Доминго Паскуал-Марко. Ниже представлены его персональные данные:

Roberto Domingo Pascual-Marqui, Ph.D.
The KEY Institute for Brain-Mind Research
University Hospital of Psychiatry
Lenggstr. 31, CH-8029 Zurich, Switzerland
Tel.: +41-1-388-49-34; Fax: +41-1-380-30-43
e-mail: pasqualm@key.unizh.ch
http: www.keyinst.unizh.ch/loreta.htm

Адрес страницы интернета для авторегистрации:

http: www.unizh.ch/keyinst/NewLORETA/Software/Software.htm

В настоящее время программа Loreta распространяется бесплатно, и любой человек может взять это программное обеспечение из интернета. Однако полученный установочный файл защищен паролем. Пароль можно получить непосредственно у автора программы. Для этого достаточно зайти на страницу авторегистрации и заполнить карточку пользователя.

Несмотря на то, что это программное обеспечение распространяется бесплатно, автор следующим образом определил свои авторские права:

“Если Вы хотите использовать это программное обеспечение, Вы должны быть согласными:

1. Не распространять это программное обеспечение.
2. Не распространять пароль для программного обеспечения.
3. Не делать изменений в этом программном обеспечении.
4. Не стирать текст «LORETA-KEY» появляющийся в правом верхнем углу изображений, получаемых с помощью этого программного обеспечения.

Если Вы не согласны, не устанавливайте это программное обеспечение.

Если Вы не согласны, но все-таки решили установить это программное обеспечение, Вы можете быть обвинены в том, что совершили неэтичный поступок.”

ОТ ПЕРЕВОДЧИКОВ.

Название Loreta – это аббревиатура от следующего названия: «Low Resolution Brain Electromagnetic Tomography», которое может быть переведено, как «Электромагнитная томография мозга низкого разрешения».

Основной задачей этого метода является оценка плотности распределения мозговых источников, которая наилучшим образом объясняет распределение потенциалов, регистрируемых на скальпе. Поскольку не существует единственного решения такой задачи - очень много источников и мало точек регистрации потенциалов на скальпе, дополнительно делается предположение о том, что функция распределения источников должна быть максимально гладкая.

Пакет программного обеспечения Loreta состоит из 34 утилит, выполняющих различные функции. Некоторые из утилит чисто служебные, позволяющие, например, преобразовывать файлы из одного формата в другой. Ряд других утилит позволяют провести некоторые статистические оценки результатов при анализе данных, полученных в различных условиях или группах испытуемых. Также в этот пакет программного обеспечения входят утилиты, позволяющие вычислить плотность распределения источников из исходных данных. И, наконец, имеются утилиты, выполняющие визуализацию полученных данных в двух и трехмерном виде.

Возможно, найдутся люди, которые захотели бы использовать все возможности, заложенные в программном обеспечении Loreta. Однако, по нашему мнению, этими людьми могут быть только ученые, которые, чаще всего, прекрасно владеют английским языком и могут самостоятельно прочитать описание в оригинале.

Кроме того, мы предполагаем, что это описание будет полезно, прежде всего, пользователям, которые будут использовать программу Loreta совместно с программой WinEEG. В свою очередь программа WinEEG автоматически вызывает ряд утилит. Так что конкретному пользователю этому учиться не придется.

Именно поэтому мы решили не переводить полностью все описание пакета программ, а остановились только на тех главах, которые будут действительно полезны для понимания и работы большинства потенциальных пользователей. Также мы несколько изменили расположение глав в данном руководстве и дополнили описание программы LORETA-KEY Viewer 04. В остальном текст описания идентичен оригинальному, насколько это было возможно.

СИСТЕМНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ.....	5
ПРЕДУПРЕЖДЕНИЯ.....	5
ОСОБЕННОСТИ ТРЕХМЕРНОЙ ГРАФИКИ (OPENGL).....	5
LORETA VIEWER.....	6
3D CORTICAL SURFACE VIEWER.....	8
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА LORETA.....	10
Введение	10
Обратное решение во временной области (LORETA)	11
Обратное решение в частотной области (LORETA)	11
Расчет спектральной плотности для электрической нейронной активности (LORETA спектральная плотность)	12

Системные требования

Эта программа была протестирована на операционной системе MS Windows XP. Программа, по-видимому, будет работать и на более ранних версиях операционной системы, начиная с Windows 98.¹

Также необходимо установить драйвера OpenGL, для того чтобы трехмерная графика работала правильно². Их можно найти на сайте компании Микрософт или на соответствующих сайтах фирм производителей видеокарт.

Минимальные требования к компьютеру: 1 Гб жесткий диск, 256 Мб RAM³, видеокарта и монитор должны обеспечивать разрешение 1024 x 768 пикселей при глубине цвета 16 бит.

Чтобы программы работали удовлетворительно, Вам надо использовать «Большой размер» (120 dpi, 125 % normal size) в настройках дисплей “Display properties / Advanced” Эту настройку можно найти из Control Panel -> Display properties -> Settings -> Advances.⁴

Предупреждения

Имеется бесконечное число способов некорректного использования этого программного обеспечения.

Это программное обеспечение вычисляет распределение плотности распределения источников, используя в качестве исходных данных либо электрические потенциалы, регистрируемые со скальпа (ЭЭГ или ВП), либо кросс-спектры ЭЭГ. В частности, одним из способов некорректного использования заключается в том, что пытаются обмануть LORETA с входными данными. Вам не позволено использовать в качестве входных данных для LORETA ни мощность сигналов, ни квадратный корень от мощности, ни результаты статистической оценки любого сорта. Это абсолютно некорректно:

1. Подавая на вход программы мощность потенциалов Вы не получите на выходе распределение плотности источников для мощности.

2. Подавая на вход программы квадратный корень мощность потенциалов Вы не получите на выходе распределение плотности источников для квадратного корня из мощности.

3. Подавая на вход программы статистические данные Вы не получите на выходе распределение плотности источников для статистических данных.

Эти три типа некорректных входных данных, подаваемых на вход программы LORETA, нарушают все математические и физические принципы, лежащие в основе всех вычислений. Более того, они нарушают какое-либо корректное использование статистического анализа.

Технические детали можно найти в:

1. Для вычислений, когда в качестве входных данных используются потенциалы: Pascual-Marqui RD: Review of methods for solving the EEG inverse problem. International Journal of Bioelectromagnetism. 1999, v.1, p. 75-86.
2. Для вычисление, когда в качестве входных данных используются кросс-спектры потенциалов: Frei E., Gamma A., Pascual-Marqui R., Lehmann D., Hell D, Vollenweider F.X. Localization of MDMA-induced brain activity in healthy volunteers using low resolution brain electromagnetic tomography (LORETA). Human Brain Mapping, 2001, v. 14, p.152-165. См. текст и формулы на страницах 154-155.
3. См. все технические детали ниже.

Особенности трехмерной графики (OpenGL)

Имеется четыре программы, которые используют OpenGL..

1. Визуализатор электродов на трехмерной поверхности (3D Talairach electrode viewer)
2. LORETA проводник для ЭЭГ и ВП (LORETA Explorer 02)
3. LORETA визуализатор (LORETA-KEY Viewer 04)
4. LORETA проводник для кросс-спектров ЭЭГ (Crs-LORETA Explorer 02)

¹ Проверили! Работает! (Здесь и далее все сноски - замечания разработчиков программы WinEEG)

² Чаще всего делать ничего не надо, драйвера уже существуют после установке операционной системы.

³ Работает и с меньшим объемом памяти. Проверили!

⁴ Это делать не обязательно. И так работает удовлетворительно.

OpenGL это специальная графическая библиотека, которая входит в состав операционной системы, или прилагается производителем к Вашей видеокарте. Эта библиотека используется для визуализации поверхности коры в виде трехмерного объекта. Если Вы запустите первую программу из перечисленных выше, Вы сразу увидите, что это значит.

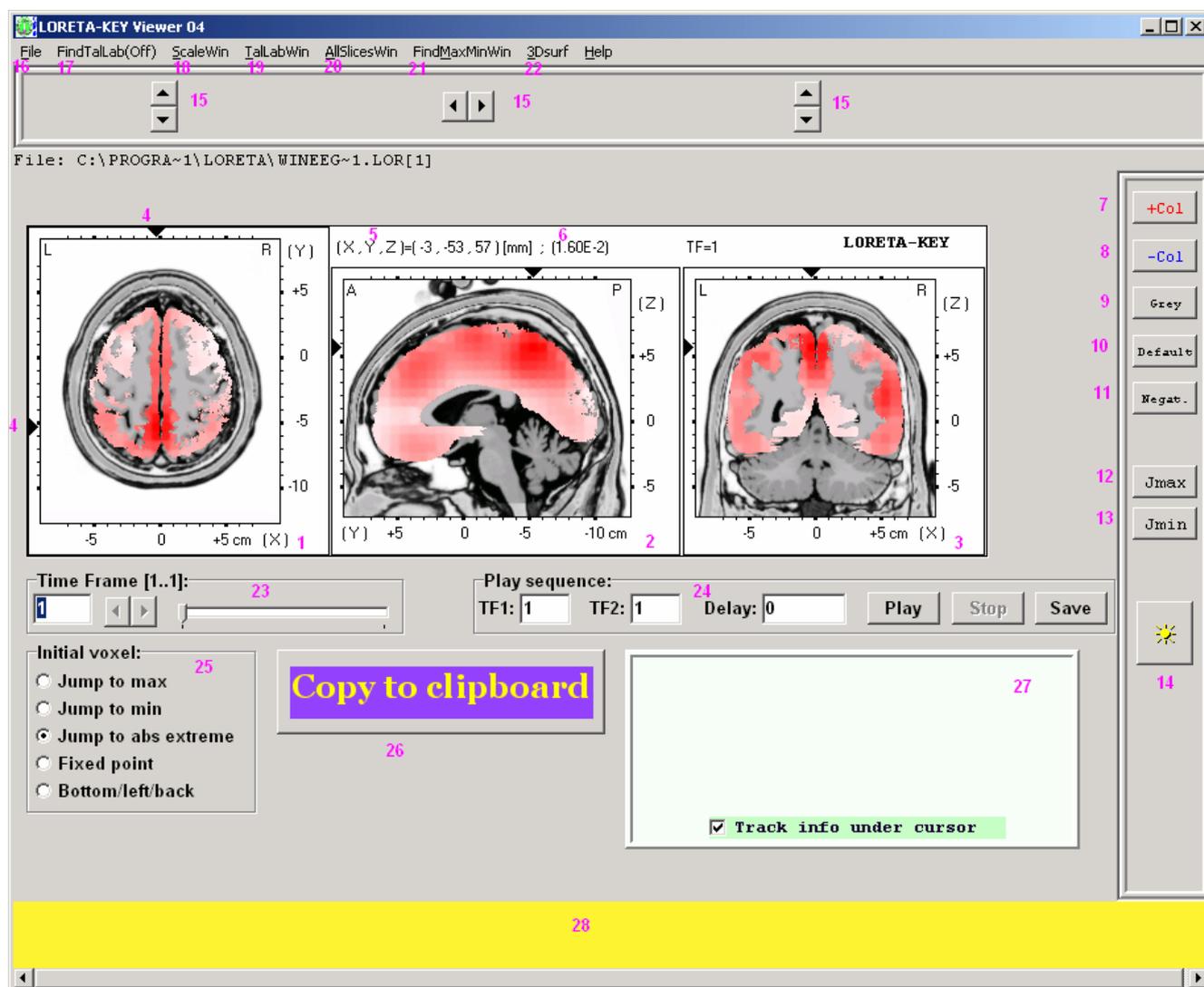
Ряд видеокарт или соответствующих им библиотек OpenGL могут иметь ограниченные возможности.

Если Вы нажмете на кнопку «Use low level OpenGL (safe)», в этом случае будут установлены версии программ, которые используют наиболее распространенную, но медленную версию OpenGL. Они работают на большинстве видеокарт и реализаций библиотек OpenGL..

Если Вы нажмете на кнопку «Use high level OpenGL (might not work on some graphics cards)» в этом случае будут установлены версии программ, которые используют версию OpenGL наиболее высокого уровня и наиболее быструю.⁵

При настройке рекомендуется сначала попробовать программы, использующие высокий (наиболее быстрый) уровень библиотек OpenGL.. Если программа «3D Talairach electrode viewer» (или другая) не работает, установите более медленные версии этих программ. Если они опять не работают, у Вас есть проблемы, возможно связанные с тем, что у Вас старая видеокарта или старая библиотека OpenGL.

LORETA viewer



⁵ Могут не работать на некоторых видеокартах.

Эта программа позволяет Вам читать и отображать на дисплее файлы LORETA.⁶ Используя команды меню «File», Вы можете прочитать файлы LORETA различного формата. Вы также можете просто подхватить и бросить файл LORETA в окно этой программы.

Когда Вы открываете LORETA файл, например с именем «C:\HELLO\ABC.LORB», программа будет автоматически искать текстовый файл с именем «C:\HELLO\ABC.LORB.TFlabels». Следует отметить, что этот файл имеет тоже полное имя, как и первый, но с дополнительным расширением «.TFlabels». Если этот файл существует, он также будет прочитан этой программой. Программа предполагает, что в этом файле записаны имена временных отсчетов или диапазонов частот (каждая строка в отдельности), которые будут потом выводиться программой. В этом файле может быть несколько линий, столько же, сколько изображений в LORETA файле. Если это условие не соблюдается, программа может перестать работать. Максимальное число символов в строке текстового файла равно 20-ти.

На изображении показано три ортогональных среза мозга. Обычно анатомические структуры показываются серым цветом, положительные значения LORETA⁷ – красным, нулевые – белым, и отрицательные – синим.

На изображении: левый срез – горизонтальный (1), как будто бы головы рассматривают сверху, причем L соответствует левой стороне, а R – правой. Центральный срез сагитальный (2), наблюдатель расположен слева: А соответствует передней стороне, а Р - задней. Правый срез – коронарный, рассматриваемый сзади. По осям – координаты, соответствующие атласу Таларака. Черные треугольники около осей (4) показывают координаты, для которых эти три среза были выбраны. Их координаты выведены на изображении в порядке X,Y,Z (5). Число, расположенное правее координат, равно соответствующему этой точке значению LORETA (6).

Кнопка «+Col» на правой панели (7) позволяет изменить цвет для отображения положительных значений LORETA. Кнопка «-Col» на правой панели (8) позволяет изменить цвет для отображения отрицательных значений LORETA. Кнопка «Grey» на правой панели (9) позволяет изменить цвет для отображения анатомических структур. Кнопка «Default» на правой панели (10) восстанавливает цвета, используемые по умолчанию (анатомические структуры показываются серым цветом, положительные значения LORETA⁸ – красным, нулевые – белым, и отрицательные – синим). Кнопка «Negat.» на правой панели (11) инвертирует цвета для вывода анатомических структур. Кнопка «Jmax.» на правой панели (12) выводит изображения, соответствующие координатам, в которых наблюдалось максимальное значение LORETA. Кнопка «Jmin.» на правой панели (13) выводит изображения, соответствующие координатам, в которых наблюдалось минимальное значение LORETA. Кнопка «*» на правой панели (14) вызывает диалоговое окно, позволяющее изменить яркость и контраст для вывода анатомических структур.

Кнопки стрелки (вверх, вниз, вправо, влево) (15) позволяют вручную изменить координаты для горизонтального, сагитального и коронарного срезов.

Если Вы просто щелкните левой кнопкой мыши по изображению, автоматически произойдет переход в точку с координатами, соответствующими этому объемному элементу.

Если Вы просто щелкните правой кнопкой мыши по изображению, появится всплывающее окно, содержащее информацию о соответствующей анатомической структуре.

Команды меню «File» (16) позволяют сохранить текущее изображение в формате JPEG. Также имеется возможность сохранить полное трехмерное изображение как «сырой» файл. Также Вы можете изменить анатомический файл. Вы можете выбрать один из следующих файлов:

AnatGrey305.dat

AnatGreyPD.dat

AnatGreyT1.dat

AnatGreyT2.dat

Не выбирайте другие файлы. Это может привести к краху системы.

Команды меню «ScaleWin» (18) открывает окно масштаба, которое позволяет изменить масштаб и нелинейность шкалы. (Отметим, что Вы можете напечатать значение масштаба вручную, но должны после этого нажать клавишу «Enter», чтобы этот масштаб был применен).

Команда меню «TalLabWin» (19) открывает окно «Talairach Labels». В нем можно просмотреть информацию об анатомических структурах.

Команда меню «FindTalLab (On/Off)» (17) позволяет переключить (включить или выключить) занесение координат и соответствующих им анатомических структур в список «Talairach Labels». Если

⁶ При использовании программы WinEEG эта программа вызывается автоматически.

⁷ LORETA значение - это некоторое число, отражающее плотность источников (плотности токов) в условных единицах.

⁸ LORETA значение - это некоторое число, отражающее плотность источников (плотности токов) в условных единицах.

занесение включено, то каждое изменение координат выводимого объемного элемента на изображение будет добавлять анатомическую структуру в список «Talairach Labels».

Команда «AllSlicesWin» (20) позволяет открыть окно с изображением всех горизонтальных срезов.

Команда «FindMaxMinWin» (21) позволяет найти все локальные максимумы и минимумы.

Команда «3Dsurf» (22) открывает окно «3D cortical surface viewer» (см. ниже).

В светло-желтом поле (28) отображается подсказка.

В светло-зеленом поле (27) отображается LORETA значение, и координаты выбранного объемного элемента.

В панели «Time Frame [1...]» (23) выводится число изображений, содержащееся в открытом файле. Вы можете переходить от одного изображения к другому с помощью кнопок стрелок.

Кнопка «Copy to Clipboard» (26) копирует изображений в буфер обмена.

Панель «Play sequence» (24) позволяет проиграть (последовательно отобразить) последовательность изображений. Кнопка «Play» позволяет проиграть последовательность изображений. Кнопка «Save» позволяет проиграть и сохранить последовательность изображений.

Панель «Initial voxel» (25) определяет, какой объемный элемент будет выбираться для вывода, когда изображение будет изменяться.

«Jump to max» - перейти к объемному элементу с наибольшим значением.

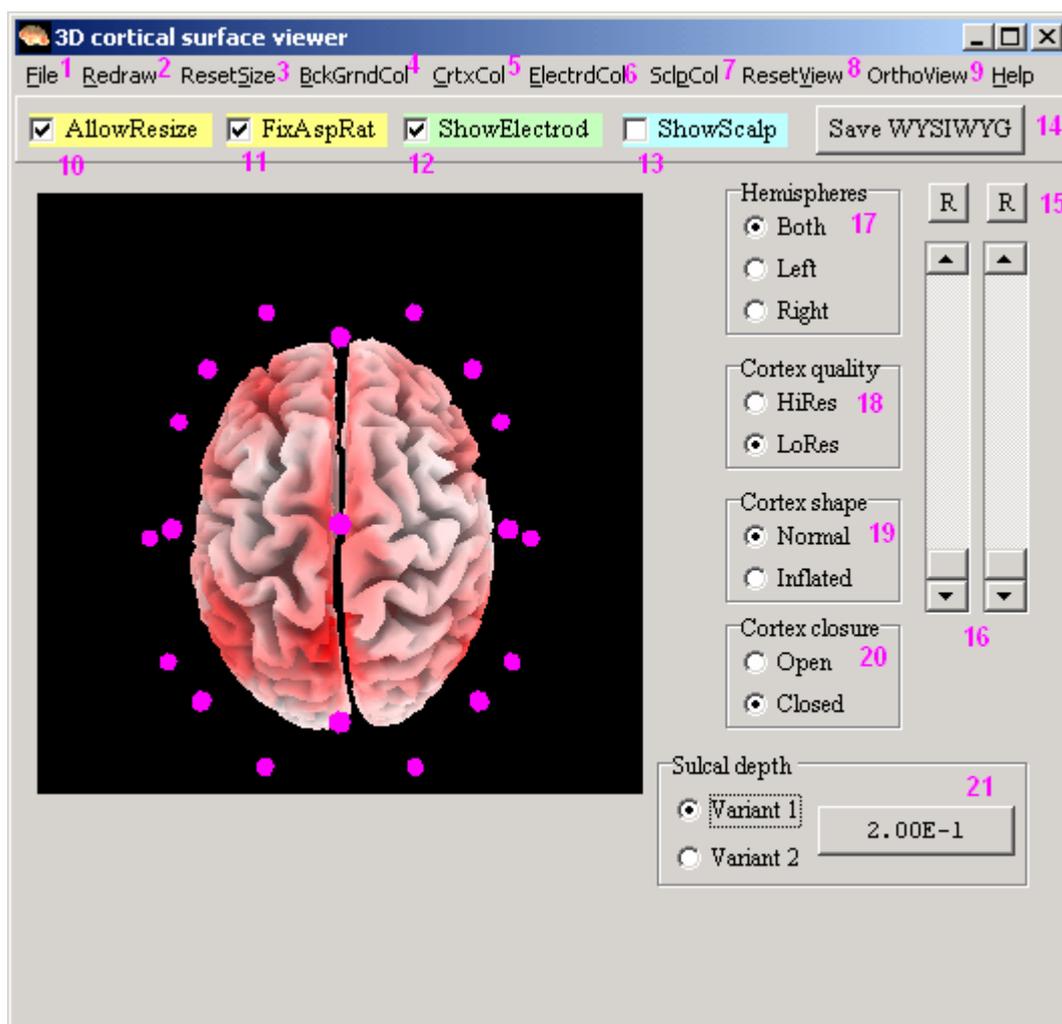
«Jump to min» - перейти к объемному элементу с наименьшим значением.

«Jump to abs extreme» - перейти к объемному элементу с наименьшим значением по модулю.

«Fixed point» - не изменять координат выводимого объемного элемента.

«Bottom/left/back» - перейти к объемному элементу с координатами (-66,-102, -41).

3D cortical surface viewer



Вы можете открыть файл координат электродов (меню «File» (1)). Вы можете перерисовать изображение мозга (меню «Redraw» (2)). Вы можете использовать мышью, чтобы повернуть изображение

мозга. Если Вы изменили размеры окна программы, вы можете восстановить исходные размеры окна (меню «ResetSyze» (3)).

Вы можете изменить цвет фона (меню «BckGrndCol» (4)).

Вы можете изменить цвет анатомических структур (меню «CrtxCol» (5)).

Вы можете изменить цвет электродов (меню «ElectrdCol» (6)).

Вы можете изменить цвет поверхности головы (меню «ScIpCol» (7)).

Если Вы вращали изображение коры, вы можете вернуть исходный внешний вид (меню «ResetView» (8)).

Вы можете создать 6 ортогональных внешних видов (меню «OrthoView» (9))

Вы можете разрешить изменение размера изображения, если отметить кнопку «AllowResize» (10)

Вы можете зафиксировать пропорции изображения, если отметить кнопку «FixAspRat» (11)

Вы можете показать и спрятать электроды («ShowElectrod» (12)

Вы можете показать и спрятать поверхность головы («ShowScalp» (13)

Вы можете сохранить изображение (кнопка WYSIWYG (14))

Вы можете изменить яркость и прозрачность электродов и поверхности головы (14-15)

Вы можете изменить внешний вид поверхности коры (17-21)

Математические основы метода LORETA

Введение

Прямая проблема ЭЭГ формулируется как:

$$\Phi = K * J + c1 \quad 1$$

где $\Phi \in R^{N \times 1}$ – вектор, содержащий измерения электрических потенциалов на N скальповых электродах по отношению к общему электроду, расположенному где-либо на теле.

Замечание. Дискретная формулировка выражения [1] получено из интегрального выражения. Например, множество измеренных с помощью скальповых электродов разностей потенциалов собрано в вектор.

Исходная плотность токов $J \in R^{(3M) \times 1}$ определено как:

$$J = (J^T_1, J^T_2, J^T_3, \dots, J^T_M)^T \quad 2$$

где $J_l \in R^{3 \times 1}$ для $l = 1 \dots M$. Причем, l -й пространственный элемент состоит из трех неизвестных проекций дипольного момента $J^T_l = (J^X_l, J^Y_l, J^Z_l)$. Символ « T » означает транспонирование.

Здесь рассматривается случай, когда

$$M \gg N$$

Матрица передачи полей $K \in R^{N \times (3M)}$

$$K = \begin{pmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & \dots & K_{1,M} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & \dots & K_{2,M} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{N,1} & K_{N,2} & \dots & K_{N,M} \end{pmatrix} \quad 3$$

Где $k_{i,l} \in R^{1 \times 3}$ для $i = 1 \dots N$, и $l = 1 \dots M$. Отметим, что $k_{i,l} = (k^X_{i,l}, k^Y_{i,l}, k^Z_{i,l})$, где $k^X_{i,l}$ скальповый электрический потенциал на i -м электроде, наблюдаемый от единичной силы диполя в l -й пространственном элементе, ориентированного по оси X , $k^Y_{i,l}$ скальповый электрический потенциал на i -м электроде, наблюдаемый от единичной силы диполя в l -й пространственном элементе, ориентированного по оси Y и $k^Z_{i,l}$ скальповый электрический потенциал на i -м электроде, наблюдаемый от единичной силы диполя в l -й пространственном элементе, ориентированного по оси Z ,

Кроме того, C – это константа, поскольку электрический потенциал может быть определен с точностью до константы, а $1 \in R^{N \times 1}$ – единичный вектор. Параметр C позволяет использовать любой референт.

При решении обратной задачи, мы будем минимизировать следующий функционал:

$$F = \|\Phi - K * J - c1\|^2 + \alpha \|BWJ\|^2 \quad 4$$

Где $\alpha \geq 0$ – параметр регуляризации. Этот функционал будет минимизироваться по параметрам J и C для заданных K , Φ и α . В формуле [4] матрица B – трехмерный дискретный Лапласиан (для сглаживания), а W – нормированный колонки матрицы передачи полей. (Детали можно посмотреть в Pascual-Marqui RD: Review of methods for solving the EEG inverse problem. International Journal of Bioelectromagnetism. 1999, v.1, p. 75-86.)

Решение этой проблемы минимизации является:

$$\tilde{J} = T^* \Phi \quad 5$$

Где

$$T = (WB^T BW)^{-1} K^T N [NK(WB^T BW)^{-1} K^T N + \alpha N]^+ \quad 6$$

$$N = I - 11^T / 1^T 1 \quad 7$$

Где $N \in \mathbb{R}^{N \times N}$ – обозначает центрирующую матрицу, $I \in \mathbb{R}^{N \times N}$ – единичная матрица, а $1 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ – единичный вектор.

Для любой матрицы M , M^+ – обозначает ее псевдообратную матрицу по Муре-Пенроуз.

Центрирующую матрицу N является оператором, приводящим к усредненному референту.

Замечание: Общая форма выражения [5] справедливо для любой дискретной распределенной линейной инверсии. Выражение для T будет зависеть от формы псевдоинверсии.

Обратное решение во временной области (LORETA)

В соответствии с выражением [5], зависимость плотности токов от времени может быть записана как:

$$\tilde{J}_t = T^* \Phi_t \quad 8$$

Где t означает мгновенное измерение в момент времени t .

Для временного ряда, с $t=1 \dots K$, получим.

$$\tilde{J}_{\gamma t} = T^* \Phi_{\gamma t} \quad 9$$

Где $\Phi_{\gamma t} \in \mathbb{R}^{N \times K}$, а $\tilde{J}_{\gamma t} \in \mathbb{R}^{(3M) \times K}$

Отметим, что $\tilde{J}_{\gamma t}$ и $\Phi_{\gamma t} \in \mathbb{R}^{N \times K}$ соответствуют всем временным отсчетам.

Обратное решение в частотной области (LORETA)

Оператор дискретного преобразования Фурье обозначим как $F \in \mathbb{C}^{K \times K}$. Это оператор также будет иметь такую же форму, и в том случае, если используется быстрое Фурье преобразование. Применив этот оператор к выражению [9], получим:

$$(\tilde{J}_{\gamma t} F) = T(\Phi_{\gamma t} F) \quad 10$$

что эквивалентно

$$\tilde{J}_{\gamma \omega} = T \Phi_{\gamma \omega} \quad 11$$

где

$$[\tilde{J}_{\gamma \omega} = \tilde{J}_{\gamma t} F] F \in \mathbb{C}^{(3M) \times K} \quad 12$$

$$[\Phi_{\gamma \omega} = \Phi_{\gamma t} F] F \in \mathbb{C}^{N \times K} \quad 13$$

Отметим, что колонки $\tilde{J}_{\gamma\omega}$ и $\tilde{\Phi}_{\gamma\omega}$ соответствуют всем дискретным частотам. Для одной дискретной частоты ω , с $\omega=1 \dots K$, получим:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_{\omega} &= T\Phi_{\omega} \\ \text{с } \tilde{J}_{\omega} &\in \mathbb{C}^{(3M) \times 1} \text{ и } \Phi_{\omega} \in \mathbb{C}^{N \times 1}. \end{aligned} \quad 14$$

Замечание! До сих пор были только линейные преобразования. Однако мы еще не имели дело со спектрами.

Расчет спектральной плотности для электрической нейронной активности (LORETA спектральная плотность)

Пусть $[\Phi_{\omega}]_i \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, для $i=1 \dots E$, обозначает дискретное Фурье преобразование на частоте ω для i -й ЭЭГ эпохи. Например, одна ЭЭГ эпоха может состоять из 256 дискретных временных отсчетов с частотой дискретизации 128 Гц, что соответствуют 2 секундам исходной ЭЭГ на эпоху. Обычно используется около 20 таких эпох.

Тогда из выражения [14] матрица кросс-спектров может быть записана как:

$$[\tilde{J}_{\omega}]_i = T[\Phi_{\omega}]_i \quad 15$$

$$\frac{1}{a} \sum_{i=1}^E [J_{\omega}]_i [J_{\omega}]_i^* = \frac{1}{a} T \left\{ \sum_{i=1}^E [\Phi_{\omega}]_i [\Phi_{\omega}]_i^* \right\} T^T \quad 16$$

где

$$\alpha = 2\pi KE \quad 17$$

и символ «^{*}» обозначает транспонирование и комплексное сопряжение.

Последнее выражение эквивалентно:

$$S[J_{\omega}] = T S[\Phi_{\omega}] T^T \quad 18$$

Где

$$S[J_{\omega}] = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^E [J_{\omega}]_i [J_{\omega}]_i^* \quad 19$$

$$S[\Phi_{\omega}] = \frac{1}{a} \sum_{i=1}^E [\Phi_{\omega}]_i [\Phi_{\omega}]_i^* \quad 20$$

В выражениях 19, 20 $S[J_{\omega}] \in \mathbb{C}^{(3M) \times (3M)}$ и $S[\Phi_{\omega}] \in \mathbb{C}^{N \times N}$ обозначают кросс-спектральные матрицы для плотности токов и скальповых разностей потенциалов, соответственно. Это Эрмитовы матрицы.

Подробнее см. Brillinger D.R. (1981) Time series: data analysis and theory. New York: McGraw-Hill.

Замечание 1: Спектры для каждого пространственного элемента, то есть оцененные по временному ряду с помощью LORETA, спектры электрической нейронной активности для каждого

пространственного элемента, соответствуют диагональным элементам матрицы $S[J_\omega]$, полученной в выражении 18. Это означает, что для частоты ω мы получаем

$$\text{diag}(S[J_\omega]) = \text{diag}(T S[\Phi_\omega] T^T) \quad 21$$

где оператор **diag** применяется в Эрмитовой матрице и возвращает диагональную матрицу с диагональными элементами, соответствующими диагональным элементам исходной Эрмитовой матрицы.

Замечание 2: Это преобразование нелинейное. Спектры (и кросс-спектры) это вторые статистические моменты.

Замечание 3 (очень важное): Нет способа получить LORETA спектры, используя только спектры электрических потенциалов. То есть.

$$\text{diag}(S[J_\omega]) \neq T \text{diag}(S[\Phi_\omega]) T^T \quad 22$$

Это общее выражение, поскольку оператор **diag** не коммутативен с умножением матриц. Если Вы не понимаете меня, один пример убедит Вас, что равенство не сохраняется при смене порядка операторов. Это было подтверждено эмпирически с помощью матриц, сгенерированных случайным образом.

Также справедливо неравенство, основанное на неравенстве [22]:

$$[\text{diag}(S[J_\omega])]^{0.5} \neq T [\text{diag}(S[\Phi_\omega])]^{0.5} T^T \quad 23$$

Какой бы оператор **vdiag**, который извлекает диагональные элементы из Эрмитовой матрицы, как-то их преобразует и присваивает результаты действительной матрице, не был использован, следующее неравенство сохраняется

$$\text{vdiag}(S[J_\omega]) \neq T \text{vdiag}(S[\Phi_\omega]) T^T \quad 24$$

Это общее неравенство.